

Юниорская Олимпиада по математике

Каждая задача оценивается в 7 баллов

1. В городе у 20% населения есть велосипеды, а у 30% населения есть самокаты. Известно, что четвертая часть всех тех, у кого есть велосипед, также владеет самокатами. Сколько процентов населения этого города не имеет ни самоката, ни велосипеда?
2. Определите все вещественные решения системы уравнений
$$\begin{cases} ab^2 + ab + 1 = 0 \\ a^2b^2 + a^2b + ab^2 + ab + a + b + 3 = 0 \end{cases}$$
3. У Саши есть n шахматных королей. Оказалось, что как бы Саша не пытался расставить этих королей на шахматной доске 8×8 , всегда найдутся два короля, которые бьют одну и ту же клетку. Определите наименьшее возможное значение n .
4. Дана стопка из 2024 карточек, на которых написаны числа $1^2, 2^2, \dots, 2024^2$ (по одному на каждой карточке). Алибек и Нурсултан по очереди (начинает Алибек) берут карточки из стопки. После того, как ребята разберут все карточки, Алибек считает сумму чисел на своих карточках. Цель Алибека – сделать так, чтобы эта сумма делилась на 4. Цель Нурсултана – помешать Алибеку. Сможет ли Нурсултан это сделать?
5. Дан треугольник ABC , в котором $\angle A = 15^\circ$, $\angle C = 45^\circ$. На луче CB за точкой B отметили точку D такую, что $DB = 2BC$. Определите, чему равен $\angle ADC$.